RÉVISIONS
CALCUL NUMÉRIQUE – CALCUL LITTÉRAL

Note : Ce fichier s'adresse aux futurs élèves de Spécialité Mathématiques et de l'option Maths Complémentaires.

Table des matières

Note : Evaluation sur les exercices suivants lors de la première semaine de cours de mathématiques.

S'entraîner avec les exercices du livre « Exercices de perfectionnement en calcul » de Véronique Perdu chez Ellipses :

- pages 7 à 12
- page 73
- pages 79 à 81
- pages 99 à 102

et avec les exercices suivants.

I. Calcul fractionnaire

Exercice 1

Calculer puis donner les résultats sous forme de fraction irréductible.

$A=\frac{1}{4}+\frac{2}{15}\times\frac{3}{4}$ $\quad B=\frac{\frac{1}{3}+\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}}$ $\quad C=(\frac{1}{3}+\frac{2}{5})\times\frac{3}{4}$ $\quad D=\frac{4}{3}-\frac{2}{3}\times\frac{5}{2}$ $\quad E=\frac{\frac{7}{9}}{\frac{1}{3}-2}$

$F=\frac{(1-\frac{1}{5})(1-\frac{2}{5})(1-\frac{4}{5})(1-\frac{5}{5})}{3}$ $\quad G=\cfrac{12}{9+\cfrac{8}{7+\cfrac{6}{5+\cfrac{4}{3+\cfrac{2}{1+1}}}}}$ $\quad H=\left(2+\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{2+\frac{3}{4}}-\frac{\frac{3}{7}-\frac{8}{9}}{\frac{8}{9}-\frac{3}{7}}$

$I=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\dots(1-\frac{1}{2020})$ $\quad J=\frac{36}{25}\times\frac{15}{12}\times 5$ $\quad K=(2\times 3\times 5\times 7)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)$

$L=\frac{2\,021^2}{2\,020^2+2\,022^2-2}$ $\quad M=\frac{2\,022}{(-2\,022)^2+(-2\,021)\times 2023}$ *Note : calculer L et M à l'aide d'identités remarquables*

II. Puissances

Exercice 2

Simplifier puis donner le résultat sous forme décimale.

$A=\frac{10^4\times 7^{-1}}{2^7\times 7^{-3}\times 5^7}$ $\quad B=\left(\frac{3^{-9}\times(10^{-3})^{-2}}{2^{-1}\times 10^5\times 3^{-10}}\right)^2$

Exercice 3

Soient a et b des nombres non nuls. Ecrire les expressions sous la forme $a^n\times b^m$ où n et $m\in\mathbb{Z}$.

$A=\frac{a^2\times b^{-3}}{a^{-2}\times b}$ $\quad B=\frac{(ab^2)^{-1}}{(a^2b^3)^2}$ $\quad C=(a^3b)^3(a^2b^5)^4$ $\quad D=\frac{(ab^3)^{-4}(a^{-2}b)^2}{a^{-6}b^4}$

Exercice 4

On pose $B(n)=\frac{(8^{n+1}+8^n)^2}{(4^n-4^{n-1})^3}$. Calculer $B(n)$ pour $n=0$ et $n=1$ puis montrer que $B(n)$ ne dépend pas de n.

Exercice 5

Ecrire les résultats sous la forme de produits de puissances de 2, de 3 et/ou de 5.

$A=\frac{2^3\times 3^2}{3^4\times 2^8\times 6^{-1}}$ $\quad B=\frac{3^{22}+3^{21}}{3^{22}-3^{21}}$ $\quad C=\frac{\left(3^2\times(-2)^4\right)^8}{((-3)^5\times 2^3)^{-2}}$ $\quad D=\frac{36^3\times 70^5\times 10^2}{14^3\times 28^2\times 15^6}$

III. RACINES CARREES

Exercice 6

Exprimer sans racine carrée les expressions suivantes.

$A = \sqrt{(-5)^2}$ $B = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$ $C = \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$

$D = \sqrt{(2-\sqrt{7})^2}$ $E = \sqrt{(3-\pi)^2}$ $F = \sqrt{(3-a)^2}$ $G = \left(\sqrt{2\sqrt{3}}\right)^4$

Exercice 7

Simplifier le plus possible les expressions suivantes.

$A = \sqrt{27} + 2\sqrt{75} - \sqrt{108}$ $B = \sqrt{150} + \sqrt{96} - 4\sqrt{24}$ $C = \sqrt{150}$

$D = \left(2+\sqrt{5}\right)^2$ $E = \left(3+\sqrt{7}\right)^2 - \left(3-\sqrt{7}\right)^2$ $F = \left(\frac{5-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$

Exercice 8

Rendre rationnels les dénominateurs des expressions suivantes.

$A = \frac{2}{\sqrt{3}}$ $B = \frac{-8}{\sqrt{2}}$ $C = \frac{5}{\sqrt{6}-1}$ $D = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$ $E = \frac{1+\sqrt{3}}{2+2\sqrt{3}}$

IV. CALCUL LITTERAL

Exercice 9

Développer les expressions suivantes.

$A = (3x-4)(6x-1)$ $B = (-2x+3)(4x-3)\ )$ $C = 2(3x+1)(5x-2)$

$D = -7(2x-3)(4x-9)$ $E = x(2-3x) + 6x^2 + 3x$ $F = (5-x)(1+2x) + (2x+3)(4x+8)$

$G = (7x-2)(2x+6) - 4(3x-7)(x-5)$ $H = (2a^3-7b)(-7a+3b^2)$ $I = (2x-5)^2$

$J = (2a^3b - 7ab^3)(-a^3b + 2ab^3)$ $K = (4x+9)^2$ $L = (3x^2 - \frac{1}{3}x\ )^2$

$M = (3x-\sqrt{5})^2$ $N = \left(x+\frac{3}{5}\right)\left(x-\frac{3}{5}\right)$ $P = \left(\frac{5}{4}x+\frac{2}{7}\right)\left(\frac{5}{4}x-\frac{2}{7}\right)$ $Q = \left(3x-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

$R = (2x+3)^3$ $S = (2x-3)^3$ $T = (x+a)(x-a)(x^2-a^2)$ $U = (2a-1)(2a+1)(4a^2+1)$

$V = [(x-1)+x^2][(x-1)-x^2]$ $W = (a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$

$X = (4a^{3n}+3a^{2n})(4a^{3n}-3a^{2n})$ $Y = (2a^n - a^{n+1})^2$

Exercice 10

Factoriser (au maximum) les expressions suivantes.

$A = 4(x-1) + (x-1)(2x+1)$ $B = (x+5)^2 + (x-5)(x+5) - 3(x+5)$

$C = 5(2x-1)^3 + (2x-1)^2(x+2)$ $D = (2x-3)^2 + 5x(3-2x)$

$E = 2x+5-(x+3)(4x+10)$ $F = 1 - 12x + 36x^2$ $G = (3x-1)^2 - 25$

$H = (2x+3)^2 - (x-1)^2$ $I = 4x^2 - 20x + 25$ $J = 2x^2 + 20x + 50$

$K = \frac{4}{9} - (2x+\frac{1}{3})^2$ $L = x^2 - 9 + (x-3)(2x+5)$

$M = (2x-3)^2 - (6-4x)(6x+1)$ $N = 4x^2 - 4x + 1 + (4-8x)(3x+2)$

$P = (25x^2 + 1 - 10x) - 9x^2$

V. Simplification d'expressions fractionnaires

Exercice 11

Après avoir déterminé les valeurs interdites, simplifier si possible les expressions fractionnaires suivantes.

$A = \frac{2x}{x-1} + 4$ $B = \frac{3x-2}{x-2} - \frac{2}{3}$ $C = \frac{3}{x-4} + \frac{2}{x}$ $D = \frac{1}{x-3} - \frac{2}{x}$

$E = \frac{3x+3}{3x-1} - \frac{2x}{2x+1}$ $F = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$ $G = \frac{a^3-b^3}{(a-b)^2} - \frac{(a+b)^2}{a-b}$ $H = \frac{\frac{6(n+1)}{n(n-1)(2n-2)}}{\frac{2n+2}{n^2(n-1)^2}}$

$I = \frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{8}{x^2-4}$ $J = \frac{1}{x} + \frac{x+2}{x^2-4} + \frac{2}{x^2-2x}$

VI. Calcul avec l'exponentielle

Exercice 12

Simplifier les expressions suivantes.

$A = e^4 \times e^{-5}$ $B = (e^3)^2 \times e^5$ $C = \frac{e^4(e^2)^3}{e^{-3}}$

Exercice 13

Développer les expressions suivantes.

$A = (e^2 + e^{-2})^2$ $B = (e^2 + 1)(e^2 - 1)$ $C = (e^{\frac{x}{2}} - 1)(e^{\frac{x}{2}} + 1)$ $D = (e^{x+4} + 1)(e^{-x} + e)$

Exercice 14

Factoriser les expressions suivantes.

$A = xe^x - e^x$ $B = (x+3)e^{-2x} - 2e^{-2x}$ $C = (x+6)e^{5x} - 4e^{5x}$ $D = e^{2x} - 4x^2$

$E = e^{2x} + 2e^x + 1$ $F = e^{2x} + 2 + e^{-2x}$

VII. Forme canonique

Exercice 15

Mettre les polynômes suivants sous forme canonique.

$A = x^2 + 2x + 2$ $B = x^2 + 4x - 1$ $C = -x^2 + 4x - 5$ $D = 4x^2 - 8x - 3$

$E = -9x^2 + 36x + 4$ $F = x^2 + 3x + \frac{1}{4}$ $G = \frac{1}{4}x^2 + x - 1$ $H = -\frac{9}{8}x^2 - \frac{1}{2}x - 4$

VIII. Discriminant et racines

Exercice 16

Déterminer les racines de chacun des polynômes suivants puis factoriser les polynômes.

$A = x^2 + 2x - 4$ $B = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3$ $C = -x^2 - 3x + 2$ $D = 2x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

IX. DERIVATION

Exercice 17

On admet que les fonctions suivantes sont dérivables sur leur domaine de définition qu'on ne cherchera pas à expliciter. Dériver les fonctions suivantes.

$f(x) = 5x^3 + 3x^2 - 7x - 2$ $\quad g(x) = \frac{1}{3x+1}$ $\quad h(x) = \frac{1}{2x^2-3x+4}$ $\quad i(x) = \frac{2x+3}{-5x+4}$

$j(x) = (2x-1)^3$ $\quad k(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{3} - 2\right)^3$ $\quad l(x) = \frac{1}{(2x-1)^3}$ $\quad m(x) = 2e^{3x}$

$n(x) = (-x+1)(2x+3)$ $\quad p(x) = -x^2 + 3x - e^{3x}$ $\quad q(x) = xe^{2x}$

X. SUITES NUMERIQUES

Exercice 18

Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2 + 4n + 1$.

Calculer u_1 et u_{10}.

Exercice 19

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 3$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n + 1$.

Calculer u_1, u_2 et u_3.

Exercice 20

Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 2n - 1$. Exprimer en fonction de n : u_{n+1}, u_{n-1}, u_{2n} et $u_n + 1$.

Exercice 21

Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3} \end{cases}$ et soit (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$.

Démontrer que (v_n) est arithmétique. Exprimer v_n en fonction de n puis u_n en fonction de n.

Exercice 22

Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 7 \\ \text{pour tout } n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{2u_n + 6}{5} \end{cases}$ et soit (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 2$.

Démontrer que (v_n) est géométrique. Exprimer v_n en fonction de n puis u_n en fonction de n.

XI. CORRECTION DES EXERCICES

Exercice 1

$$A=\frac{1}{4}+\frac{2}{15}\times\frac{3}{4}$$
$$A=\frac{1}{4}+\frac{1}{10}$$
$$A=\frac{7}{20}$$

$$B=\frac{\frac{1}{3}+\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}}$$
$$B=\frac{\frac{11}{15}}{\frac{3}{4}}$$
$$B=\frac{11}{15}\times\frac{4}{3}$$
$$B=\frac{44}{45}$$

$$C=(\frac{1}{3}+\frac{2}{5})\times\frac{3}{4}$$
$$C=\frac{11}{15}\times\frac{3}{4}$$
$$C=\frac{11}{20}$$

$$D=\frac{4}{3}-\frac{2}{3}\times\frac{5}{2}$$
$$D=\frac{4}{3}-\frac{5}{3}$$
$$D=-\frac{1}{3}$$

$$E=\frac{\frac{7}{9}}{\frac{1}{3}-2}$$
$$E=\frac{\frac{7}{9}}{-\frac{5}{3}}$$
$$E=-\frac{7}{9}\times\frac{3}{5}$$
$$E=-\frac{7}{15}$$

$$F=\frac{(1-\frac{1}{5})(1-\frac{2}{5})(1-\frac{4}{5})(1-\frac{5}{5})}{3}$$
$$F=\frac{(1-\frac{1}{5})(1-\frac{2}{5})(1-\frac{4}{5})\times 0}{3}$$
$$F=0$$

$$G=\frac{12}{9+\frac{8}{7+\frac{6}{5+\frac{4}{3+\frac{2}{1+1}}}}}$$
$$G=\frac{12}{9+\frac{8}{7+\frac{6}{5+\frac{4}{4}}}}$$
$$G=\frac{12}{9+\frac{8}{7+\frac{6}{6}}}$$
$$G=\frac{12}{9+\frac{8}{8}}$$
$$G=\frac{12}{10}$$
$$G=\frac{6}{5}$$

$$H=\left(2+\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{2+\frac{3}{4}}-\frac{\frac{3}{7}-\frac{8}{9}}{\frac{8}{9}-\frac{3}{7}}$$
$$H=1-\frac{\frac{3}{7}-\frac{8}{9}}{-(\frac{3}{7}-\frac{8}{9})}$$
$$H=1-(-1)$$
$$H=2$$

$$I=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\dots(1-\frac{1}{2\,020})$$
$$I=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\dots\times\frac{2\,018}{2\,019}\times\frac{2\,019}{2\,020}$$
$$I=\frac{1}{2\,020}$$

$$J=\frac{36}{25}\times\frac{15}{12}\times 5$$
$$J=\frac{\cancel{2}\times\cancel{3}\times\cancel{2}\times 3\times 3\times\cancel{5\times 5}}{\cancel{5\times 5}\times\cancel{2}\times\cancel{2}\times\cancel{3}}$$
$$J=9$$

$$K=(2\times 3\times 5\times 7)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)$$
$$K=(\cancel{2\times 3\times 5\times 7})\left(\frac{1\times3\times5\times7+1\times2\times5\times7+1\times2\times3\times7+1\times2\times3\times5}{\cancel{2\times3\times5\times7}}\right)$$
$$K=1\times 3\times 5\times 7+1\times 2\times 5\times 7+1\times 2\times 3\times 7+1\times 2\times 3\times 5$$
$$K=247$$

$$L=\frac{2\,021^2}{2\,020^2+2\,022^2-2}$$
$$L=\frac{2\,021^2}{(2\,021-1)^2+(2\,021+1)^2-2}$$
$$L=\frac{2\,021^2}{2\,021^2-2\times2021+1+2\,021^2+2\times2021+1-2}$$
$$L=\frac{2\,021^2}{2\,021^2+2\,021^2}$$
$$L=\frac{2\,021^2}{2\times2\,021^2}$$
$$L=\frac{1}{2}$$

$$M=\frac{2\,022}{(-2\,022)^2+(-2\,021)\times2023}$$
$$M=\frac{2\,022}{2\,022^2-(2\,022-1)\times(2\,022+1)}$$
$$M=\frac{2\,022}{2\,022^2-(2\,022^2-1^2)}$$
$$M=\frac{2\,022}{2\,022^2-2\,022^2+1}$$
$$M=\frac{2\,022}{1}$$
$$M=2\,022$$

Exercice 2

$A = \frac{10^4 \times 7^{-1}}{2^7 \times 7^{-3} \times 5^7}$

$A = \frac{2^4 \times 5^4 \times 7^{-1}}{2^7 \times 7^{-3} \times 5^7}$

$A = \frac{7^2}{2^3 \times 5^3}$

$A = \frac{49}{10^3}$

$A = \frac{49}{1\,000}$

$B = \left(\frac{3^{-9} \times (10^{-3})^{-2}}{2^{-1} \times 10^5 \times 3^{-10}}\right)^2$

$B = \left(\frac{3^{-9} \times 10^6}{2^{-1} \times 10^5 \times 3^{-10}}\right)^2$

$B = (2 \times 3 \times 10)^2$

$B = 60^2$

$B = 3\,600$

Exercice 3

$A = \frac{a^2 \times b^{-3}}{a^{-2} \times b}$

$A = a^4 \times b^{-4}$

$B = \frac{(ab^2)^{-1}}{(a^2b^3)^2}$

$B = \frac{a^{-1}b^{-2}}{a^4b^6}$

$B = a^{-5}b^{-8}$

$C = (a^3b)^3(a^2b^5)^4$

$C = a^9b^3a^8b^{20}$

$C = a^{17}b^{23}$

$D = \frac{(ab^3)^{-4}(a^{-2}b)^2}{a^{-6}b^4}$

$D = \frac{a^{-4}b^{-12}a^{-4}b^2}{a^{-6}b^4}$

$D = a^{-2}b^{-14}$

Exercice 4

1. Pour $n = 0$, $B(0) = \frac{(8^1+8^0)^2}{(4^0-4^{-1})^3}$

$= \frac{(8+1)^2}{(1-\frac{1}{4})^3}$

$= \frac{81}{(\frac{3}{4})^3}$

$= \frac{81}{\frac{3^3}{4^3}}$

$= 3^4 \times \frac{4^3}{3^3}$

$= 3 \times 4^3$

$= 192$

Pour $n = 1$, $B(1) = \frac{(8^2+8^1)^2}{(4^1-4^0)^3}$

$= \frac{(64+8)^2}{3^3}$

$= \frac{72^2}{3^3}$

$= \frac{(8 \times 3^2)^2}{3^3}$

$= \frac{8^2 \times 3^4}{3^3}$

$= 8^2 \times 3$

$= 192$

2. $\forall n \in \mathbb{N}$, $B(n) = \frac{(8^{n+1}+8^n)^2}{(4^n-4^{n-1})^3}$

$= \frac{[8^n(8+1)]^2}{[4^{n-1}(4-1)]^3}$

$= \frac{8^{2n} \times 9^2}{4^{3n-3} \times 3^3}$

$= \frac{(2^3)^{2n} \times (3^2)^2}{(2^2)^{3n-3} \times 3^3}$

$= \frac{2^{6n} \times 3^4}{2^{6n-6} \times 3^3}$

$= 2^6 \times 3$

$= 192$ donc $B(n)$ ne dépend pas de n et est toujours égal à 192

Exercice 5

$A = \frac{2^3\times3^2}{3^4\times2^8\times6^{-1}}$ $A = \frac{2^3\times3^2}{3^4\times2^8\times(2\times3)^{-1}}$ $A = \frac{2^3\times3^2}{3^4\times2^8\times2^{-1}\times3^{-1}}$ $A = 2^{3-8+1}\times3^{2-4+1}$ $A = 2^{-4}\times3^{-1}$	$B = \frac{3^{22}+3^{21}}{3^{22}-3^{21}}$ $B = \frac{3^{21}(3+1)}{3^{21}(3-1)}$ $B = \frac{3^{21}\times4}{3^{21}\times2}$ $B = 2$	$C = \frac{\left(3^2\times(-2)^4\right)^8}{((-3)^5\times2^3)^{-2}}$ $C = \frac{3^{16}\times2^{32}}{3^{-10}\times2^{-6}}$ $C = 2^{38}\times3^{26}$	$D = \frac{36^3\times70^5\times10^2}{14^3\times28^2\times15^6}$ $D = \frac{(2^2\times3^2)^3\times(2\times5\times7)^5\times(2\times5)^2}{(2\times7)^3\times(2^2\times7)^2\times(3\times5)^6}$ $D = \frac{2^6\times3^6\times2^5\times5^5\times7^5\times2^2\times5^2}{2^3\times7^3\times2^4\times7^2\times3^6\times5^6}$ $D = \frac{2^{13}\times3^6\times5^7\times7^5}{2^7\times3^6\times5^6\times7^5}$ $D = 2^6\times5$

Exercice 6

$A = \sqrt{(-5)^2}$ $A = \lvert -5\rvert$ $A = 5$	$B = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$ $B = \lvert\sqrt{3}-1\rvert$ $B = \sqrt{3}-1 \qquad (\sqrt{3}-1>0)$	$C = \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ $C = \lvert\sqrt{3}-2\rvert$ $C = -(\sqrt{3}-2) \qquad (\sqrt{3}-2<0)$ $C = 2-\sqrt{3}$
$D = \sqrt{(2-\sqrt{7})^2}$ $D = \lvert 2-\sqrt{7}\rvert$ $D = -(2-\sqrt{7}) \qquad (2-\sqrt{7}<0)$ $D = \sqrt{7}-2$	$E = \sqrt{(3-\pi)^2}$ $E = \lvert 3-\pi\rvert$ $E = -(3-\pi) \qquad (3-\pi<0)$ $E = \pi-3$	$F = \sqrt{(3-a)^2}$ $F = \lvert 3-a\rvert$ $F = \begin{cases} 3-a & \text{si } 3-a\geq 0 \\ a-3 & \text{si } 3-a\leq 0 \end{cases}$
$G = \left(\sqrt{2\sqrt{3}}\right)^4$ $G = \left(2\sqrt{3}\right)^2$ $G = 2^2\times\sqrt{3}^2$ $G = 12$		

Exercice 7

$A = \sqrt{27}+2\sqrt{75}-\sqrt{108}$ $A = 3\sqrt{3}+2\times5\sqrt{3}-6\sqrt{3}$ $A = 7\sqrt{3}$	$B = \sqrt{150}+\sqrt{96}-4\sqrt{24}$ $B = \sqrt{2\times5^2\times3}+\sqrt{2^5\times3}$ $-4\sqrt{2^3\times3}$ $B = 5\sqrt{2\times3}+2^2\sqrt{2\times3}-$ $4\times2\sqrt{2\times3}$ $B = 5\sqrt{6}+4\sqrt{6}-8\sqrt{6}$ $B = \sqrt{6}$	$C = \sqrt{150}$ $C = \sqrt{2\times3\times5^2}$ $C = 5\sqrt{2\times3}$ $C = 5\sqrt{6}$
$D = \left(2+\sqrt{5}\right)^2$ $D = 2^2+2\times2\sqrt{5}+\sqrt{5}^2$ $D = 4+4\sqrt{5}+5$ $D = 9+4\sqrt{5}$	$E = \left(3+\sqrt{7}\right)^2-\left(3-\sqrt{7}\right)^2$ $E = 3^2+2\times3\sqrt{7}+\sqrt{7}^2$ $-\left(3^2-2\times3\sqrt{7}+\sqrt{7}^2\right)$ $E = 9+6\sqrt{7}+7-9+6\sqrt{7}-7$ $E = 12\sqrt{7}$	$F = \left(\frac{5-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$ $F = \frac{\left(5-\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{3}^2}$ $F = \frac{5^2-2\times5\sqrt{2}+\sqrt{2}^2}{3}$ $F = \frac{25-1\ \ \sqrt{2}+2}{3}$ $F = \frac{27-10\sqrt{2}}{3} = 9-\frac{10\sqrt{2}}{3}$

Exercice 8

$A = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$A = \frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$A = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$B = \frac{-8}{\sqrt{2}}$

$B = \frac{-8\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$B = \frac{-8\sqrt{2}}{2}$

$B = -4\sqrt{2}$

$C = \frac{5}{\sqrt{6}-1}$

$C = \frac{5(\sqrt{6}+1)}{(\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+1)}$

$C = \frac{5(\sqrt{6}+1)}{5}$

$C = \sqrt{6}+1$

$D = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

$D = \frac{(1-\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}$

$D = \frac{1-2\sqrt{3}+3}{-2}$

$D = \frac{4-2\sqrt{3}}{-2}$

$D = \sqrt{3}-2$

$E = \frac{1+\sqrt{3}}{2+2\sqrt{3}}$

$E = \frac{1+\sqrt{3}}{2(1+\sqrt{3})}$

$E = \frac{1}{2}$

Exercice 9

$A = (3x-4)(6x-1)$
$A = 18x^2 - 3x - 24x + 4$
$A = 18x^2 - 27x + 4$

$B = (-2x+3)(4x-3)$
$B = -8x^2 + 6x + 12x - 9$
$B = -8x^2 + 18x - 9$

$C = 2(3x+1)(5x-2)$
$C = 2(15x^2 - 6x + 5x - 2)$
$C = 30x^2 - 2x - 4$

$D = -7(2x-3)(4x-9)$
$D = -7(8x^2 - 18x - 12x + 27)$
$D = -53x^2 + 210x - 189$

$E = x(2-3x) + 6x^2 + 3x$
$E = 2x - 3x^2 + 6x^2 + 3x$
$E = 3x^2 + 5x$

$F = (5-x)(1+2x) + (2x+3)(4x+8)$
$F = 5 + 10x - x - 2x^2 + 8x^2 + 16x + 12x + 24$
$F = 6x^2 + 37x + 29$

$G = (7x-2)(2x+6) - 4(3x-7)(x-5)$
$G = 14x^2 + 42x - 4x - 12 - 4(3x^2 - 15x - 7x + 35)$
$G = 2x^2 + 126x - 152$

$H = (2a^3 - 7b)(-7a + 3b^2)$
$H = -14a^4 + 6a^3b^2 + 49ab - 21b^3$

$I = (2x-5)^2$
$I = 4x^2 - 20x + 25$

$J = (2a^3b - 7ab^3)(-a^3b + 2ab^3)$
$J = -2a^6b^2 + 4a^4b^4 + 7a^4b^4 - 14a^2b^6$
$J = -2a^6b^2 + 11a^4b^4 - 14a^2b^6$

$K = (4x+9)^2$
$K = 16x^2 + 72x + 81$

$L = (3x^2 - \frac{1}{3}x)^2$
$L = 9x^4 - 2x^3 + \frac{1}{9}x^2$

$M = (3x - \sqrt{5})^2$
$M = 9x^2 - 6\sqrt{5}x + 5$

$N = \left(x + \frac{3}{5}\right)\left(x - \frac{3}{5}\right)$
$N = x^2 - \frac{9}{25}$

$P = \left(\frac{5}{4}x + \frac{2}{7}\right)\left(\frac{5}{4}x - \frac{2}{7}\right)$
$P = \frac{25}{16}x^2 - \frac{4}{49}$

$Q = \left(3x - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$
$Q = 9x^2 - 2\times 3x \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3}$
$Q = 9x^2 - 2\sqrt{3}x + \frac{1}{3}$

$R = (2x+3)^3$
$R = (2x)^3 + 3\times(2x)^2\times 3 + 3\times 2x\times 3^2 + 3^3$
$R = 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$

$S = (2x-3)^3$
$S = (2x)^3 - 3\times(2x)^2\times 3 + 3\times 2x\times 3^2 - 3^3$
$S = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$

$T = (x+a)(x-a)(x^2-a^2)$
$T = (x^2-a^2)(x^2-a^2)$
$T = (x^2-a^2)^2$
$T = x^4 - 2a^2x^2 + a^4$

$U = (2a-1)(2a+1)(4a^2+1)$
$U = (4a^2-1)(4a^2+1)$
$U = 16a^4 - 1$

$V = [(x-1)+x^2][(x-1)-x^2]$
$V = (x-1)^2 - x^4$
$V = x^2 - 2x + 1 - x^4$
$V = -x^4 + x^2 - 2x + 1$

$W = (a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)$
$W = a^4 + a^3b + a^2b^2 - a^3b - a^2b^2 - ab^3 + a^2b^2 + ab^3 + b^4$
$W = a^4 + a^2b^2 + b^4$

$X = (4a^{3n} + 3a^{2n})(4a^{3n} - 3a^{2n})$
$X = (4a^{3n})^2 - (3a^{2n})^2$
$X = 16a^{6n} - 9a^{4n}$

$Y = (2a^n - a^{n+1})^2$
$Y = (2a^n - a^{n+1})^2$
$Y = (2a^n)^2 - 2\times 2a^n \times a^{n+1} + (a^{n+1})^2$
$Y = 4a^{2n} - 4a^{2n+1} + a^{2n+2}$

Exercice 10

$A = 4(x-1) + (x-1)(2x+1)$
$A = (x-1)[4 + (2x+1)]$
$A = (x-1)(2x+5)$

$B = (x+5)^2 + (x-5)(x+5) - 3(x+5)$
$B = (x+5)[(x+5) + (x-5) - 3]$
$B = (x+5)(2x-3)$

$C = 5(2x-1)^3 + (2x-1)^2(x+2)$ $C = (2x-1)^2[5(2x-1)+(x+2)]$ $C = (2x-1)^2(10x-5+x+2)$ $C = (2x-1)^2(11x-3)$	$D = (2x-3)^2 + 5x(3-2x)$ $D = (2x-3)^2 - 5x(2x-3)$ $D = (2x-3)(2x-3-5x)$ $D = (2x-3)(-3x-3)$ $D = -3(2x-3)(x+1)$
$E = 2x+5-(x+3)(4x+10)$ $E = 2x+5-2(x+3)(2x+5)$ $E = (2x+5)[1-2(x+3)]$ $E = (2x+5)(1-2x-6)$ $E = (2x+5)(-2x-5)$	$F = 1-12x+36x^2$ $F = (6x-1)^2$
$G = (3x-1)^2 - 25$ $G = (3x-1-5)(3x-1+5)$ $G = (3x-6)(3x+4)$ $G = 3(x-2)(3x+4)$	$H = (2x+3)^2 - (x-1)^2$ $H = [(2x+3)+(x-1)][(2x+3)-(x-1)]$ $H = [2x+3+x-1][2x+3-x+1]$ $H = (3x+2)(x+4)$
$I = 4x^2-20x+25$ $I = (2x-5)^2$	$J = 2x^2+20x+50$ $J = 2(x^2+10x+25)$ $J = 2(x+5)^2$
$K = \frac{4}{9} - (2x+\frac{1}{3})^2$ $K = \left[\frac{2}{3}+(2x+\frac{1}{3})\right]\left[\frac{2}{3}-(2x+\frac{1}{3})\right]$ $K = (2x+1)(-2x-\frac{1}{3})$	$L = x^2-9+(x-3)(2x+5)$ $L = (x+3)(x-3)+(x-3)(2x+5)$ $L = (x-3)[(x+3)+(2x+5)]$ $L = (x-3)(3x+8)$
$M = (2x-3)^2-(6-4x)(6x+1)$ $M = (2x-3)^2-2(3-2x)(6x+1)$ $M = (2x-3)^2+2(2x-3)(6x+1)$ $M = (2x-3)[2x-3+2(6x+1)]$ $M = (2x-3)(14x-1)$	$N = 4x^2-4x+1+(4-8x)(3x+2)$ $N = (2x-1)^2-4(2x-1)(3x+2)$ $N = (2x-1)(2x-1-12x-8)$ $N = (2x-1)(-10x-9)$
$P = (25x^2+1-10x)-9x^2$ $P = (5x-1)^2-9x^2$ $P = (5x-1+3x)(5x-1-3x)$ $P = (8x-1)(2x-1)$	

Exercice 11

$A = \frac{2x}{x-1}+4$ défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ $A = \frac{2x}{x-1}+\frac{4(x-1)}{x-1}$ $A = \frac{2x+4x-4}{x-1}$ $A = \frac{6x-4}{x-1}$	$B = \frac{3x-2}{x-2}-\frac{2}{3}$ défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ $B = \frac{3(3x-2)}{3(x-2)}-\frac{2(x-2)}{3(x-2)}$ $B = \frac{9x-6-2x+4}{3(x-2)}$ $B = \frac{7x-2}{3(x-2)}$
$C = \frac{3}{x-4}+\frac{2}{x}$ défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\,;4\}$ $C = \frac{3x}{x(x-4)}+\frac{2(x-4)}{x(x-4)}$ $C = \frac{5x-8}{x(x-4)}$	$D = \frac{1}{x-3}-\frac{2}{x}$ défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\,;3\}$ $D = \frac{x}{x(x-3)}-\frac{2(x-3)}{x(x-3)}$ $D = \frac{-x+6}{x(x-3)}$
$E = \frac{3x+3}{3x-1}-\frac{2x}{2x+1}$ défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\,;\frac{1}{3}\right\}$ $E = \frac{(3x+3)(2x+1)}{(3x-1)(2x+1)}+\frac{2x(3x-1)}{(2x+1)(3x-1)}$ $E = \frac{6x^2+9x+3-6x^2+2x}{(3x-1)(2x+1)}$ $E = \frac{11x+3}{(3x-1)(2x+1)}$	$F = \frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}$ défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\,;0\}$ $F = \frac{x}{x(x+1)^2}+\frac{x(x+1)}{(x+1)^2}-\frac{(x+1)^2}{x(x+1)^2}$ $F = \frac{x+x^2+x-x^2-2x-1}{x(x+1)^2}$ $F = \frac{-1}{x(x+1)^2}$

$G = \frac{a^3-b^3}{(a-b)^2} - \frac{(a+b)^2}{a-b}$ défini pour tout $a, b \in \mathbb{R}$ et $a \neq b$

$G = \frac{a^3-b^3}{(a-b)^2} - \frac{(a+b)^2(a-b)}{(a-b)^2}$

$G = \frac{a^3-b^3-(a^2+2ab+\ ^2)(a-b)}{(a-b)^2}$

$G = \frac{a^3-b^3-a^3+a^2b-2a^2b+2ab^2-ab^2+b^3}{(a-b)^2}$

$G = \frac{-a^2b+ab^2}{(a-b)^2}$

$G = \frac{-ab(a-b)}{(a-b)^2}$

$G = \frac{-ab}{a-b}$

$H = \frac{\frac{6(n+1)}{n(n-1)(2n-2)}}{\frac{2n+2}{n^2(n-1)^2}}$ défini pour tout $n \in \mathbb{R} \setminus \{0\,;1\}$

$H = \frac{6(n+1)}{n(n-1)(2n-2)} \times \frac{n^2(n-1)^2}{2n+2}$

$H = \frac{3}{2}n$

$I = \frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{8}{x^2-4}$ défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\,;2\}$

$I = \frac{2(x-2)}{x^2-4} - \frac{x+2}{x^2-4} + \frac{8}{x^2-4}$

$I = \frac{2x-4-x-2+8}{x^2-4}$

$I = \frac{x+2}{(x+2)(x-2)}$

$I = \frac{1}{x-2}$

$J = \frac{1}{x} + \frac{x+2}{x^2-4} + \frac{2}{x^2-2x}$ défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\,;0\,;2\}$

$J = \frac{1}{x} + \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} + \frac{2}{x(x-2)}$

$J = \frac{(x+2)(x-2)+x(x+2)+2(x+2)}{x(x+2)(x-2)}$

$J = \frac{x^2-4+x^2+2x+2x+4}{x(x+2)(x-2)}$

$J = \frac{2x^2+4x}{x(x+2)(x-2)}$

$J = \frac{2x(x+2)}{x(x+2)(x-2)}$

$J = \frac{2}{x-2}$

Exercice 12

$A = e^4 \times e^{-5}$
$A = e^{-1}$
$A = \frac{1}{e}$

$B = (e^3)^2 \times e^5$
$B = e^6 \times e^5$
$B = e^{11}$

$C = \frac{e^4(e^2)^3}{e^{-3}}$
$C = e^{13}$

Exercice 13

$A = (e^2 + e^{-2})^2$
$A = e^4 + 2e^0 + e^{-4}$
$A = e^4 + 2 + e^{-4}$

$B = (e^2 + 1)(e^2 - 1)$
$B = e^4 - 1$

$C = (e^{\frac{x}{2}} - 1)(e^{\frac{x}{2}} + 1)$
$C = e^x - 1$

$D = (e^{x+4} + 1)(e^{-x} + e)$
$D = e^4 + e^{x+5} + e^{-x} + e$

Exercice 14

$A = xe^x - e^x$
$A = e^x(x-1)$

$B = (x+3)e^{-2x} - 2e^{-2x}$
$B = (x+3-2)e^{-2x}$
$B = (x+1)e^{-2x}$

$C = (x+6)e^{5x} - 4e^{5x}$
$C = (x+6-4)e^{5x}$
$C = (x+2)e^{5x}$

$D = e^{2x} - 4x^2$
$D = (e^x)^2 - (2x)^2$
$D = (e^x + 2x)(e^x - 2x)$

$E = e^{2x} + 2e^x + 1$
$E = (e^x + 1)^2$

$F = e^{2x} + 2 + e^{-2x}$
$F = (e^x + e^{-x})^2$

Exercice 15

$A = x^2 + 2x + 2$
$A = (x+1)^2 - 1 + 2$
$A = (x+1)^2 + 1$

$B = x^2 + 4x - 1$
$B = (x+2)^2 - 4 - 1$
$B = (x+2)^2 - 5$

$C = -x^2 + 4x - 5$
$C = -(x^2 - 4x + 5)$
$C = -[(x-2)^2 - 4 + 5]$
$C = -[(x-2)^2 + 1]$
$C = -(x-2)^2 - 1$

$D = 4x^2 - 8x - 3$
$D = 4\left(x^2 - 2x - \frac{3}{4}\right)$
$D = 4\left[(x-1)^2 - 1 - \frac{3}{4}\right]$
$D = 4\left[(x-1)^2 - \frac{7}{4}\right]$
$D = 4(x-1)^2 - 7$

$E = -9x^2 + 36x + 4$
$E = -9\left[x^2 - 4x - \frac{4}{9}\right]$
$E = -9\left[(x-2)^2 - 4 - \frac{4}{9}\right]$
$E = -9\left[(x-2)^2 - \frac{40}{9}\right]$
$E = -9(x-2)^2 + 40$

$F = x^2 + 3x + \frac{1}{4}$
$F = (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} + \frac{1}{4}$
$F = (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{8}{4}$
$F = (x + \frac{3}{2})^2 - 2$

$G = \frac{1}{4}x^2 + x - 1$
$G = \frac{1}{4}[x^2 + 4x - 4]$
$G = \frac{1}{4}[(x+2)^2 - 4 - 4]$
$G = \frac{1}{4}[(x+2)^2 - 8]$
$G = \frac{1}{4}(x+2)^2 - 2$

$H = -\frac{9}{8}x^2 - \frac{1}{2}x - 4$
$H = -\frac{9}{8}\left[x^2 + \frac{4}{9}x + \frac{32}{9}\right]$
$H = -\frac{9}{8}\left[(x + \frac{2}{9})^2 - \frac{4}{81} + \frac{32}{9}\right]$
$H = -\frac{9}{8}\left[(x + \frac{2}{9})^2 + \frac{284}{81}\right]$
$H = -\frac{9}{8}\left(x + \frac{2}{9}\right)^2 - \frac{71}{18}$

Exercice 16

$A = x^2 + 2x - 4$
$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-4)$
$\Delta = 20$
$\Delta > 0$ donc il existe deux racines réelles distinctes :
$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
soit $x_1 = \frac{-2-\sqrt{20}}{2\times 1}$ et $x_2 = \frac{-2+\sqrt{20}}{2\times 1}$
soit $x_1 = \frac{-2-2\sqrt{5}}{2\times 1}$ et $x_2 = \frac{-2+2\sqrt{5}}{2\times 1}$
soit $x_1 = -1-\sqrt{5}$ et $x_2 = -1+\sqrt{5}$
Donc $A = \left(x + 1 + \sqrt{5}\right)\left(x + 1 - \sqrt{5}\right)$

$B = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3$
$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times (-3)$
$\Delta = \frac{25}{4}$
$\Delta > 0$ donc il existe deux racines réelles distinctes :
$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
soit $x_1 = \frac{-\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{25}{4}}}{2\times\frac{1}{2}}$ et $x_2 = \frac{-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{25}{4}}}{2\times\frac{1}{2}}$
soit $x_1 = \frac{-\frac{1}{2} - \frac{5}{2}}{1}$ et $x_2 = \frac{-\frac{1}{2} + \frac{5}{2}}{1}$
soit $x_1 = -3$ et $x_2 = 2$
Donc $B = \frac{1}{2}(x+3)(x-2)$

$C = -x^2 - 3x + 2$
$\Delta = (-3)^2 - 4 \times (-1) \times 2$
$\Delta = 17$
$\Delta > 0$ donc il existe deux racines réelles distinctes :
$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
soit $x_1 = \frac{3-\sqrt{17}}{2\times(-1)}$ et $x_2 = \frac{3+\sqrt{17}}{2\times(-1)}$
soit $x_1 = \frac{3-\sqrt{17}}{-2}$ et $x_2 = \frac{3+\sqrt{17}}{-2}$
soit $x_1 = \frac{\sqrt{17}-3}{2}$ et $x_2 = \frac{-\sqrt{17}-3}{2}$
Donc $C = -\left(x - \frac{\sqrt{17}-3}{2}\right)\left(x + \frac{\sqrt{17}+3}{2}\right)$

$D = 2x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$
$\Delta = (\frac{1}{3})^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times 2$
$\Delta = \frac{25}{9}$
$\Delta > 0$ donc il existe deux racines réelles distinctes :
$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
soit $x_1 = \frac{-\frac{1}{3} - \sqrt{\frac{25}{9}}}{2\times 2}$ et $x_2 = \frac{-\frac{1}{3} + \sqrt{\frac{25}{9}}}{2\times 2}$
soit $x_1 = \frac{-\frac{1}{3} - \frac{5}{3}}{4}$ et $x_2 = \frac{-\frac{1}{3} + \frac{5}{3}}{4}$
soit $x_1 = -\frac{1}{2}$ et $x_2 = \frac{1}{3}$
Donc $D = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$

Exercice 17

$f'(x) = 15x^2 + 6x - 7$

$g'(x) = \frac{-1 \times 3}{(3x+1)^2} = \frac{-3}{(3x+1)^2}$

$h'(x) = \frac{-1 \times (4x-3)}{(2x^2-3x+4)^2} = \frac{-4x+3}{(2x^2-3x+4)^2}$

$i'(x) = \frac{2(-5x+4)-(-5)(2x+3)}{(-5x+4)^2} = \frac{23}{(-5x+4)^2}$

$j'(x) = 3 \times 2(2x-1)^2 = 6(2x-1)^2$

$k'(x) = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{3}\left(\frac{x}{3} - 2\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{3} - 2\right)^2$

$l'(x) = \frac{-1 \times 3 \times 2}{(2x-1)^4} = \frac{-6}{(2x-1)^4}$

$m'(x) = 2 \times 3\, e^{3x} = 6\, e^{3x}$

$n'(x) = (-1)(2x+3) + 2(-x+1) = -4x - 1$

$p'(x) = -2x + 3 - 3e^{3x}$

$q'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}$

Exercice 18

$u_1 = 1^2 + 4 \times 1 + 1 = 6$ $\quad u_{10} = 10^2 + 4 \times 10 + 1 = 141$

Exercice 19

$u_1 = 2u_0 + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7$ $\quad u_2 = 2u_1 + 1 = 2 \times 7 + 1 = 15$ $\quad u_3 = 2u_2 + 1 = 2 \times 15 + 1 = 31$

Exercice 20

$u_{n+1} = 2(n+1) - 1 = 2n + 1$ $\quad u_{n-1} = 2(n-1) - 1 = 2n - 3$

$u_{2n} = 2(2n) - 1 = 4n - 1$ $\quad u_n + 1 = 2n - 1 + 1 = 2n$

Exercice 21

$$\begin{aligned}
\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} - v_n &= \frac{1}{u_{n+1}-1} - \frac{1}{u_n-1} \\
&= \frac{1}{\frac{5u_n-1}{u_n+3}-1} - \frac{1}{u_n-1} \\
&= \frac{1}{\frac{4u_n-4}{u_n+3}} - \frac{1}{u_n-1} \\
&= \frac{u_n+3}{4(u_n-1)} - \frac{1}{u_n-1} \\
&= \frac{u_n+3}{4(u_n-1)} - \frac{4}{4(u_n-1)} \\
&= \frac{u_n-1}{4(u_n-1)} \\
&= \frac{1}{4}
\end{aligned}$$

donc (v_n) est arithmétique de raison $r = \frac{1}{4}$ et de 1er terme $v_0 = \frac{1}{u_0-1} = 1$.

Donc $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = v_0 + nr = 1 + \frac{n}{4} = \frac{n+4}{4}$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = \frac{1}{u_n-1} = \frac{n+4}{4}$ soit $u_n - 1 = \frac{4}{n+4}$ soit $u_n = 1 + \frac{4}{n+4} = \frac{n+8}{n+4}$

Exercice 22

$\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = u_{n+1} - 2$

$= \frac{2u_n+6}{5} - 2$

$= \frac{2u_n-4}{5}$

$= \frac{2(u_n-2)}{5}$

$= \frac{2v_n}{5}$ donc (v_n) est géométrique de raison $q = \frac{2}{5}$ et de 1er terme $v_0 = u_0 - 2 = 5$.

Donc $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = v_0 q^n = 5\left(\frac{2}{5}\right)^n$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = u_n - 2$ soit $u_n = v_n + 2 = 5\left(\frac{2}{5}\right)^n + 2$